

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 56

**Задание 1. Вариант 1.** Натуральное число, у которого каждые две соседние цифры дают чётную сумму, назовем почётным, а натуральное число, каждые две соседние цифры которого дают нечётную сумму – понечётным. Найдите количество цифр наибольшего понечётного числа с суммой цифр 2025.

**Ответ:** 4050.

**Решение.** У наибольшего числа количество цифр тоже наибольшее. Учитывая, что их сумма фиксирована, сами цифры надо сделать как можно меньше. При этом четные и нечетные цифры должны для понечётности чередоваться. Таким образом, в искомом числе 2025 единиц и столько же нулей:  $1010\dots10$ , то есть всего 4050 цифр.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 1. Вариант 2.** Натуральное число, у которого каждые две соседние цифры дают чётную сумму, назовем почётным, а натуральное число, каждые две соседние цифры которого дают нечётную сумму – понечётным. Найдите количество цифр наибольшего понечётного числа с суммой цифр 2015.

**Ответ:** 4030.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 1. Вариант 3.** Натуральное число, у которого каждые две соседние цифры дают чётную сумму, назовем почётным, а натуральное число, каждые две соседние цифры которого дают нечётную сумму – понечётным. Найдите количество цифр наибольшего понечётного числа с суммой цифр 2026.

**Ответ:** 4052.

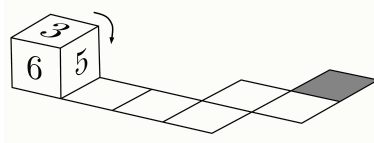
**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 1. Вариант 4.** Натуральное число, у которого каждые две соседние цифры дают чётную сумму, назовем почётным, а натуральное число, каждые две соседние цифры которого дают нечётную сумму – понечётным. Найдите количество цифр наибольшего понечётного числа с суммой цифр 2040.

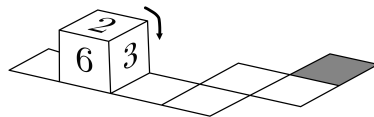
**Ответ:** 4080.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 2. Вариант 1.** Сумма чисел на противоположных гранях игральной кости (кубика) равна 7. Игральная кость последовательно перекачивается по указанной на рисунке траектории.



После первого шага оказалось, что её положение выглядит так:



Какая цифра окажется на верхней грани кубика, когда он переместится в финишную позицию?

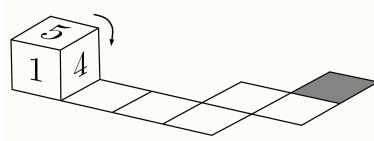
**Ответ:** 2.

**Решение.** Учитывая, что на противоположных гранях сумма чисел всегда 7, проследим за числом на верхней грани:  $3 - 2 - 4 - 5 - 6 - 3 - 2$ .

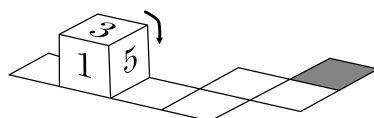
**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов.

**Задание 2. Вариант 2.** Сумма чисел на противоположных гранях игральной кости (кубика) равна 7. Игральная кость последовательно перекачивается по указанной на рисунке траектории.



После первого шага оказалось, что её положение выглядит так:



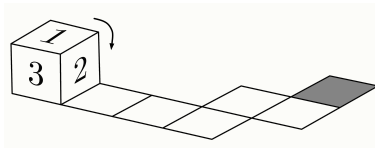
Какая цифра окажется на верхней грани кубика, когда он переместится в финишную позицию?

**Ответ:** 3.

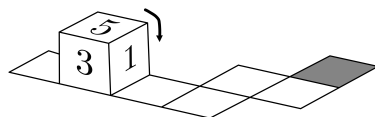
**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов.

**Задание 2. Вариант 3.** Сумма чисел на противоположных гранях игральной кости (кубика) равна 7. Игральная кость последовательно перекачивается по указанной на рисунке траектории.



После первого шага оказалось, что её положение выглядит так:



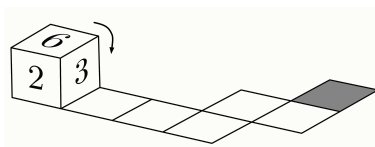
Какая цифра окажется на верхней грани кубика, когда он переместится в финишную позицию?

**Ответ:** 5.

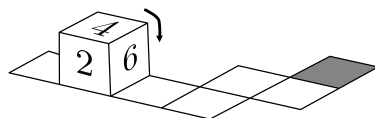
**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов.

**Задание 2. Вариант 4.** Сумма чисел на противоположных гранях игральной кости (кубика) равна 7. Игральная кость последовательно перекачивается по указанной на рисунке траектории.



После первого шага оказалось, что её положение выглядит так:



Какая цифра окажется на верхней грани кубика, когда он переместится в финишную позицию?

**Ответ:** 4.

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов.

**Задание 3. Вариант 1.** Различные положительные числа  $a$  и  $b$  связаны соотношением  $\frac{a^2 - ab + 2b^2}{a^2 + ab + b^2} = \frac{2}{3}$ . Во сколько раз число  $a$  больше числа  $b$ ?

**Ответ:** 4.

**Решение.** Из данного соотношения последовательно получаем:  $3(a^2 - ab + 2b^2) = 2(a^2 + ab + b^2)$ ;  $a^2 - 5ab + 4b^2 = 0$ ;  $(a - b)(a - 4b) = 0$ ; поскольку числа различны, возможно только  $a = 4b$ . Тем самым  $a$  больше  $b$  в 4 раза.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 3. Вариант 2.**

Различные положительные числа  $a$  и  $b$  связаны соотношением  $\frac{a^2 - ab + 2b^2}{a^2 + ab + 2b^2} = \frac{1}{2}$ . Во сколько раз число  $a$  больше числа  $b$ ?

**Ответ:** 2.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 3. Вариант 3.** Различные положительные числа  $a$  и  $b$  связаны соотношением  $\frac{a^2 - 2ab + 4b^2}{a^2 + ab + 2b^2} = \frac{3}{4}$ . Во сколько раз число  $a$  больше числа  $b$ ?

**Ответ:** 10.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 3. Вариант 4.** Различные положительные числа  $a$  и  $b$  связаны соотношением  $\frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 + ab + 4b^2} = \frac{3}{4}$ . Во сколько раз число  $a$  больше числа  $b$ ?

**Ответ:** 8.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 4. Вариант 1.** В комнате по кругу стоят 25 стульев. Организаторы квеста прикрепили одинаковые секретные записки на какие-то два из них, не стоящие рядом. Сколькими способами они могли это сделать?

**Ответ:** 275.

**Решение.** Первый стул выбирается из 25 возможных, второй — из 22 (исключается уже выбранный и два соседних с ним). Число вариантов в силу независимости выбора получается умножением, но при этом каждая пара окажется названной дважды, так как порядок называния стульев в паре не играет роли. Получаем  $\frac{25 \cdot 22}{2} = 275$ .

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

ответ 550 — 3 балла.

**Задание 4. Вариант 2.** В комнате по кругу стоят 28 стульев. Организаторы квеста прикрепили одинаковые секретные записки на какие-то два из них, не стоящие рядом. Сколькими способами они могли это сделать?

**Ответ:** 350.

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

ответ 700 — 3 балла.

**Задание 4. Вариант 3.** В комнате по кругу стоят 24 стула. Организаторы квеста прикрепили одинаковые секретные записки на какие-то два из них, не стоящие рядом. Сколькими способами они могли это сделать?

**Ответ:** 252.

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

ответ 504 — 3 балла.

**Задание 4. Вариант 4.** В комнате по кругу стоят 27 стульев. Организаторы квеста прикрепили одинаковые секретные записки на какие-то два из них, не стоящие рядом. Сколькими способами они могли это сделать?

**Ответ:** 324.

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

ответ 648 — 3 балла.

**Задание 5. Вариант 1.** В равнобедренном треугольнике один угол в два раза больше другого. Чему может быть равен угол между биссектрисами треугольника, исходящими из вершин углов при основании? Выберите все подходящие варианты:

**Ответ:**

- $18^\circ$
- $36^\circ$
- ✓  $45^\circ$
- $54^\circ$
- $60^\circ$
- ✓  $72^\circ$
- $90^\circ$

**Решение.**

1-й случай. Если больший угол лежит против основания. Обозначим величину угла при основании как  $x$ , тогда  $x + x + 2x = 180^\circ$ ,  $x = 45^\circ$ . Пусть дан треугольник  $ABC$ ,  $AB = BC$ ,  $I$  — точка пересечения биссектрис. Тогда  $\angle AIC = 180^\circ - 2 \cdot 45^\circ / 2 = 135^\circ$ , а угол между биссектрисами составит  $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ .

2-й случай. Если больший угол находится при основании. Тогда  $2x + 2x + x = 180^\circ$ ,  $x = 36^\circ$ . Углы при основании по  $72^\circ$ .  $\angle AIC = 180^\circ - 2 \cdot 72^\circ / 2 = 108^\circ$ , а угол между биссектрисами составит  $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ .

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

указан хотя бы один неверный ответ — 0 баллов

указан только один верный ответ — 3 балла

**Задание 5. Вариант 2.** В равнобедренном треугольнике один угол в два раза больше другого. Чему может быть равен угол между биссектрисами треугольника, исходящими из вершин его неравных углов? Выберите все подходящие варианты:

**Ответ:**

- $22,5^\circ$
- $30^\circ$
- $45^\circ$
- ✓  $54^\circ$
- $60^\circ$
- ✓  $67,5^\circ$
- $75^\circ$

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

указан хотя бы один неверный ответ — 0 баллов

указан только один верный ответ — 3 балла

**Задание 5. Вариант 3.** В равнобедренном треугольнике один угол в четыре раза больше другого. Чему может быть равен угол между биссектрисами треугольника, исходящими из вершин углов при основании? Выберите все подходящие варианты:

**Ответ:**

- $10^\circ$
- $20^\circ$
- ✓  $30^\circ$
- $40^\circ$
- $50^\circ$
- $60^\circ$
- ✓  $80^\circ$

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

указан хотя бы один неверный ответ — 0 баллов

указан только один верный ответ — 3 балла

**Задание 5. Вариант 4.** В равнобедренном треугольнике один угол в четыре раза больше другого. Чему может быть равен угол между биссектрисами треугольника, исходящими из вершин его неравных углов? Выберите все подходящие варианты:

**Ответ:**

- $15^\circ$
- $30^\circ$
- $40^\circ$
- $45^\circ$
- ✓  $50^\circ$
- $60^\circ$
- ✓  $75^\circ$

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

указан хотя бы один неверный ответ — 0 баллов

указан только один верный ответ — 3 балла

**Задание 6. Вариант 1.** Между поселками Айтово и Байтово курсируют автобусы, путь в одну сторону занимает 2 часа. Из Айтово автобусы отправляются в 8:00, 8:30, 9:00 и далее каждые полчаса до 20:00, а из Байтово — в 8:10, 8:40 и также далее каждые полчаса до 20:10. Сколько встречных автобусов увидит пассажир, выехавший на автобусе из Айтово в Байтово в 9:00?

**Ответ:** 6.

**Решение.** Пассажир увидит те и только те автобусы, что ехали навстречу в период его поездки, то есть с 9:00 до 11:00. Это автобусы, выехавшие из Байтово в 8:10, 8:40, 9:10, 9:40, 10:10 и 10:40 – их всего 6.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 6. Вариант 2.** Между поселками Айтово и Байтово курсируют автобусы, путь в одну сторону занимает 2 часа. Из Айтово автобусы отправляются в 8:00, 8:30, 9:00 и далее каждые полчаса до 20:00, а из Байтово — в 8:10, 8:40 и также далее каждые полчаса до 20:10. Сколько встречных автобусов увидит пассажир, выехавший на автобусе из Айтово в Байтово в 8:30?

**Ответ:** 5.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 6. Вариант 3.** Между поселками Айтово и Байтово курсируют автобусы, путь в одну сторону занимает 3 часа. Из Айтово автобусы отправляются в 8:00, 8:40, 9:20 и далее каждые сорок минут до 20:00, а из Байтово — в 7:50, 8:30 и далее каждые сорок минут до 19:50. Сколько встречных автобусов увидит пассажир, выехавший на автобусе из Айтово в Байтово в 9:20?

**Ответ:** 7.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 6. Вариант 4.** Между поселками Айтово и Байтово курсируют автобусы, путь в одну сторону занимает 3 часа. Из Айтово автобусы отправляются в 8:00, 8:40, 9:20 и далее каждые сорок минут до 20:00, а из Байтово — в 7:50, 8:30 и далее каждые сорок минут до 19:50. Сколько встречных автобусов увидит пассажир, выехавший на автобусе из Айтово в Байтово в 10:00?

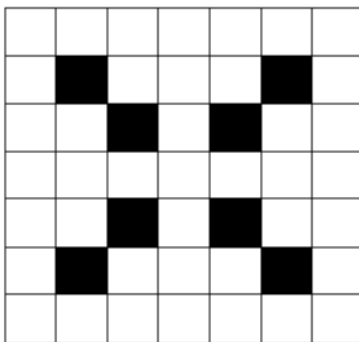
**Ответ:** 8.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 7. Вариант 1.** В городе Идеальном 49 кварталов, расположенных квадратом  $7 \times 7$ . Торговая сеть «У дома» хочет открыть в некоторых кварталах магазины, при этом в каждом квартале может быть только один магазин, а в соседних (имеющих общую сторону) кварталах магазинов одновременно быть не должно. При этом в любом районе из девяти кварталов, образующих квадрат  $3 \times 3$ , должно быть хотя бы два магазина. Какое наименьшее и какое наибольшее количество магазинов может быть открыто этой сетью в Идеальном?

**Ответ:** наименьшее: 8; наибольшее: 25.

**Решение.** В квадрате  $7 \times 7$  помещается четыре непересекающихся квадрата  $3 \times 3$ , и в каждом из них должно быть хотя бы два магазина. Поэтому магазинов не менее 8. Это количество возможно (отмечены кварталы, в которых есть магазин):



Пример не единственный. Таким образом, минимальное количество — 8.

Теперь найдем максимальное количество. Если разбить город на фрагменты из двух соседних кварталов, их получится 24, и еще один квартал останется, то есть будет 25 частей. В каждой из них магазин может быть только в одном квартале, поэтому магазинов не более 25. Пример с этим количеством единственный — расставить магазины в шахматном порядке.

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

дан один верный ответ, причем в соответствии с наименьшим — наибольшим, второй ответ отсутствует или не верен — 3 балла

**Задание 7. Вариант 2.** В городе Идеальном 63 квартала, расположенных в виде прямоугольника  $7 \times 9$ . Торговая сеть «У дома» хочет открыть в некоторых кварталах магазины, при этом в каждом квартале может быть только один магазин, а в соседних (имеющих общую сторону) кварталах магазинов одновременно быть не должно. Какое наименьшее и какое наибольшее количество магазинов может быть открыто этой сетью в Идеальном при условии, что в любом районе из девяти кварталов, образующих квадрат  $3 \times 3$ , должно быть хотя бы два магазина.

**Ответ:** наименьшее: 12; наибольшее: 32.

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

дан один верный ответ, причем в соответствии с наименьшим — наибольшим, второй ответ отсутствует или не верен — 3 балла

**Задание 7. Вариант 3.** В городе Идеальном 42 квартала; они расположены в виде прямоугольника  $7 \times 6$ . Торговая сеть «У дома» хочет открыть в некоторых кварталах магазины, при этом в каждом квартале может быть только один магазин, а в соседних (имеющих общую сторону) кварталах магазинов одновременно быть не должно. Какое наименьшее и какое наибольшее количество магазинов может быть открыто этой сетью в Идеальном при условии, что в любом районе из девяти кварталов, образующих квадрат  $3 \times 3$ , должно быть хотя бы два магазина?

**Ответ:** наименьшее: 8; наибольшее: 21.

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

дан один верный ответ, причем в соответствии с наименьшим – наибольшим, второй ответ отсутствует или не верен — 3 балла

**Задание 7. Вариант 4.** В городе Идеальном 81 квартал; они расположены квадратом  $9 \times 9$ . Торговая сеть «У дома» хочет открыть в некоторых кварталах магазины, при этом в каждом квартале может быть только один магазин, а в соседних (имеющих общую сторону) кварталах магазинов одновременно быть не должно. Какое наименьшее и какое наибольшее количество магазинов может быть открыто этой сетью в Идеальном при условии, что в любом районе из шестнадцати кварталов, образующих квадрат  $4 \times 4$ , должно быть хотя бы два магазина?

**Ответ:** наименьшее: 8; наибольшее: 41.

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

дан один верный ответ, причем в соответствии с наименьшим – наибольшим, второй ответ отсутствует или не верен — 3 балла

**Задание 8. Вариант 1.** В буфете продаются только булочки по 14 рублей и пирожки по 19 рублей. Выручка буфета за день составила 1000 рублей. Сколько могли продать булочек и пирожков вместе взятых? Выберите все подходящие варианты:

**Ответ:**

- 50
- 53
- ✓ 55
- ✓ 60
- 62
- ✓ 65
- ✓ 70
- 71
- 75

**Решение.** Сначала оценим общее число проданных изделий: оно не меньше  $1000/19$  и не больше  $1000/14$ , то есть от 53 до 71. Однако, не все эти варианты возможны. Обозначим  $a$  – число проданных булочек,  $b$  – число проданных пирожков. Тогда  $14a + 19b = 1000$ ;  $15a + 20b - (a + b) = 1000$ ;  $a + b = 5(3a + 4b - 200)$ . То есть эта величина делится на 5. Поэтому возможны только количества 55, 60, 65 и 70. Каждое из них достижимо. Покажем это. Пусть  $a + b = 5t$ ;  $b = 5t - a$ ;  $14a + 19(5t - a) = 1000$ ;  $14a + 95t - 19a = 1000$ ;  $95t - 5a = 1000$ ;  $19t - a = 200$ ;  $a = 19t - 200$ . То есть по каждому  $t$  однозначно найдется  $a$ , а затем и  $b$ .

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

наличие хотя бы одного неверного ответа — 0 баллов

3 верных ответа — 4 балла

2 верных ответа — 2 балла

1 верный ответ — 1 балл

**Задание 8. Вариант 2.** В буфете продаются только булочки по 14 рублей и пирожки по 24 рубля. Выручка буфета за день составила 1100 рублей. Сколько могли продать булочек и пирожков вместе взятых? Выберите все подходящие варианты:

**Ответ:**

- ✓ 50
- 53
- ✓ 55
- 58
- 62
- ✓ 65
- 71
- ✓ 75
- 80

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

наличие хотя бы одного неверного ответа — 0 баллов

3 верных ответа — 4 балла

2 верных ответа — 2 балла

1 верный ответ — 1 балл

**Задание 8. Вариант 3.** В буфете продаются только булочки по 14 рублей и пирожки по 19 рублей. Выручка буфета за день составила 1200 рублей. Сколько могли продать булочек и пирожков вместе взятых? Выберите все подходящие варианты:

**Ответ:**

- 64
- ✓ 65
- ✓ 70
- 73
- ✓ 75
- 79
- 81
- 82
- ✓ 85

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

наличие хотя бы одного неверного ответа — 0 баллов

3 верных ответа — 4 балла

2 верных ответа — 2 балла

1 верный ответ — 1 балл

**Задание 8. Вариант 4.** В буфете продаются только булочки по 19 рублей и пирожки по 24 рубля. Выручка буфета за день составила 1750 рублей. Сколько могли продать булочек и пирожков вместе взятых? Выберите все подходящие варианты:

**Ответ:**

- 73
- 74
- ✓ 75
- ✓ 80
- 82
- ✓ 85
- 89
- ✓ 90
- 92

**Критерий оценивания:**

точное совпадение ответа — 7 баллов

наличие хотя бы одного неверного ответа — 0 баллов

3 верных ответа — 4 балла

2 верных ответа — 2 балла

1 верный ответ — 1 балл

Сириус.Курсы — для тех,  
кто хочет знать больше!

